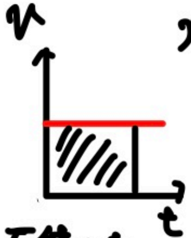
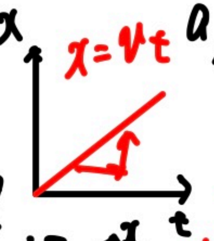
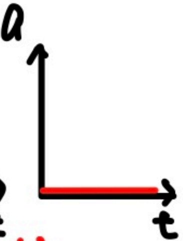
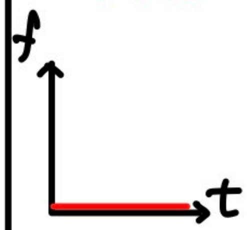
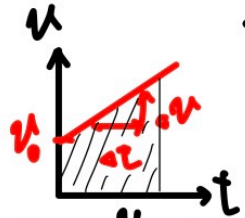
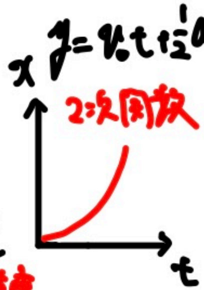
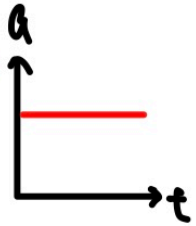
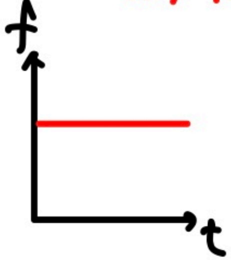
力学① 2種類の運動とグラフ

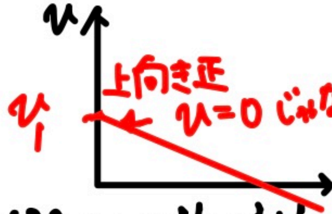
	等速直線運動	等加速度直線運動
合力	力が はたらいていない もしくは 合力が 0 のとき  つり合ってる	合力が 常に一定  F
立式	力のつり合い ※動いていてもつり合い!  上 $ky=kx$	運動方程式 $ma=F$
グラフ	   	   

例 v_1 で上昇する気球から荷物を静かに離すと…

(1) 気体の浮力は?

$f=(M+m)g$ 等速より力のつり合い

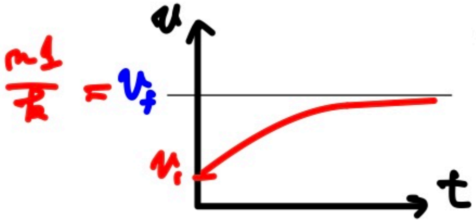
(2) 荷物の $v-t$ グラフは?
(空気抵抗なし)



$ma=mg$ より
$a=g$

(3) (2)で空気抵抗あるときの $v-t$ グラフは?

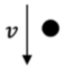
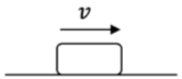
終端速度 v_f の求め方

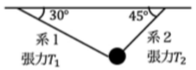
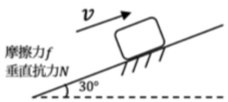
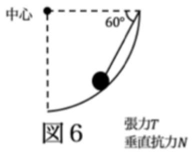


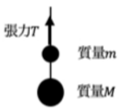
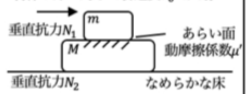
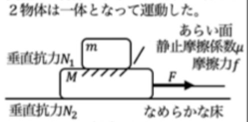
一定速度=つり合い!
$kv_f=mg$
$v_f=\frac{mg}{k}$。

力学② 剛体とモーメント 穴埋め

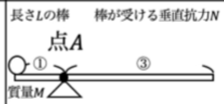
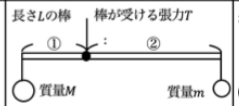
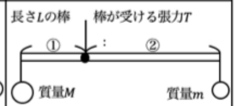
問１　図１～図9の質量mの物体が受ける力を図示し，その物体について成り立つ式が力のつり合いであれば ① を，運動方程式 ② を選択し，$\boxed{\quad}$ に適切な式を書け。ただし重力加速度をg，立式における加速度をaとする。異なる加速度の物体が二つある場合は，それぞれ a_m，a_M などとして区別せよ。

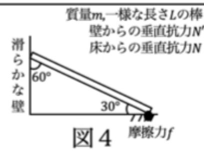
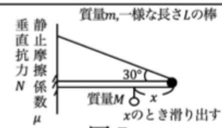
	斜方投射中の物体	自由落下中の物体	なめらかな床を滑る物体
	 図１	 図２	 図３
選択	①・②	①・②	①・②
立式	鉛直方向	鉛直方向	鉛直方向

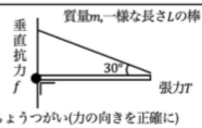
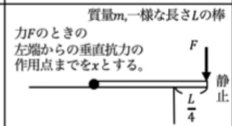
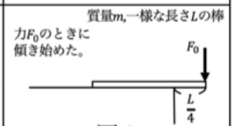
	系で吊るされた物体	あらい斜面を登る物体	滑らかな円筒面上の物体
	 図４	 図５	 図６
選択	①・②	①・②	①・②
立式		斜面方向(斜面上向きを正として)	

	系で引き上げられる２物体	物体の上を滑る物体１	物体の上を滑る物体２
	 図７	静止していた質量Mの物体に，質量mの物体が床に対して初速度v_0で入射  図８	質量Mの物体に系をつけて力Fで引くと２物体は一体となって運動した。  図９
選択	①・②	質量mについて 床から見る場合 ①・②	質量mについて 床から見る場合 ①・②
立式	質量mの物体について	質量mの物体について	質量mの物体について
立式	質量Mの物体について	質量Mの物体について	質量Mの物体について

問２　図１～図9の静止している物体が受ける力を図示し，その物体について成り立つ式を $\boxed{\quad}$ に書け。ただし，重力加速度をg，モーメントのつり合いを考える際の回転軸は点A ●とする。

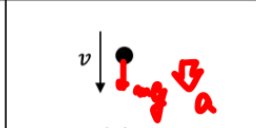
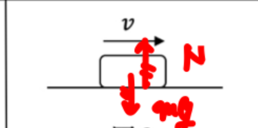
	一様な質量mの棒	一様な軽い棒	一様な質量mの棒
	 図１	 図２	 図３
鉛直方向のつり合い			
水平方向のつり合い			
モーメントのつり合い			

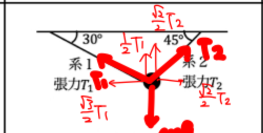
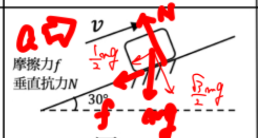
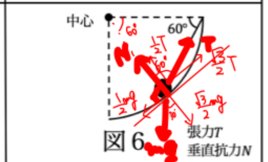
	壁に立てかけられた棒	壁にひっかかる棒	ちょうつがいの問題
	 図４	 図５	 図６
鉛直方向のつり合い			
水平方向のつり合い			
モーメントのつり合い			

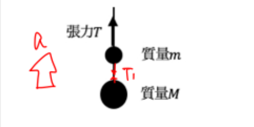
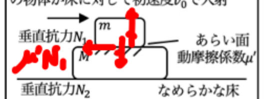
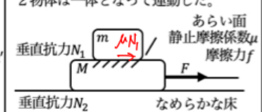
	ちょうつがいの問題２	壁からはみ出た棒１	壁からはみ出た棒２
	 図７	 図８	 図９
鉛直方向のつり合い			F_0を求めよ。
水平方向のつり合い			
モーメントのつり合い			

② 剛体とモーメント 解答

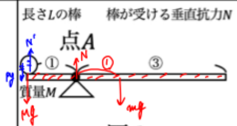
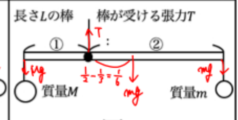
問１　図１～図9の質量mの物体が受ける力を図示し，その物体について成り立つ式が力のつり合いであれば ① を，運動方程式 ② を選択し，□ に適切な式を書け。ただし重力加速度をg，立式における加速度をaとする。異なる加速度の物体が二つある場合は，それぞれ a_m, a_M などとして区別せよ。

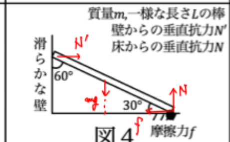
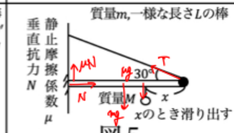
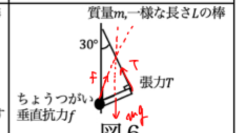
	斜方投射中の物体	自由落下中の物体	なめらかな床を滑る物体
	図１	図２	図３
選択	①・●	①・●	●・②
立式	鉛直方向 $ma = mg$	鉛直方向 $ma = mg$	鉛直方向 $mg = N$

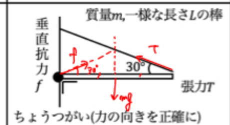
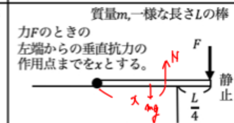
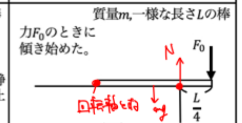
	糸で吊るされた物体	あらい斜面を登る物体	滑らかな円筒面上の物体
	図４	図５	図６
選択	●・②	①・●	●・②
立式	$mg = \frac{1}{2}T_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}T_2$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}T_2$	斜面方向(斜面上向きを正として) $ma = -\frac{1}{2}mg - f$	$N + \frac{1}{2}T = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$ | $\frac{1}{2}mg = \frac{\sqrt{3}}{2}T$

	糸で引き上げられる２物体	物体の上を滑る物体１	物体の上を滑る物体２
	図７	静止していた質量Mの物体に，質量mの物体が床に対して初速度v_0で入射図８	質量Mの物体に糸をつけて力Fで引くと２物体は一体となって運動した。図９
選択	①・●	質量mについて 床から見る場合 ①・●	質量mについて 床から見る場合 ①・●
立式	質量mの物体について $ma = T - mg - T_1$	質量mの物体について $ma = -\mu' N_1$, $mg = N_1$	質量mの物体について $ma = \mu N_1$, $mg = N_1$
立式	質量Mの物体について $Ma = T_1 - Mg$	質量Mの物体について $Ma = \mu' N$, $Mg + N_1 = N_2$	質量Mの物体について $Ma = F - \mu N_1$, $Mg + N_1 = N_2$

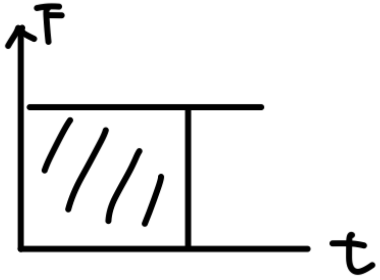
問２　図１～図9の静止している物体が受ける力を図示し，その物体について成り立つ式を □ に書け。ただし，重力加速度をg，モーメントのつり合いを考える際の回転軸は点A ● とする。

	一様な質量mの棒	一様な軽い棒	一様な質量mの棒
	図１	図２	図３
鉛直方向のつり合い	$N = Mg + mg$	$T = Mg + mg$	$T = Mg + mg + mg$
水平方向のつり合い	なし	なし	なし
モーメントのつり合い	$Mg \times \frac{1}{4}L = mg \times \frac{1}{4}L$	$Mg \times \frac{1}{3}L = mg \times \frac{2}{3}L$	$Mg \times \frac{1}{3}L = mg \times \frac{1}{6}L + mg \times \frac{2}{3}L$

	壁に立てかけられた棒	壁にひっかかる棒	ちょうつがいの問題
	図４	図５	図６
鉛直方向のつり合い	$mg = N$	$mg + Mg = \mu N + \frac{1}{2}T$	
水平方向のつり合い	$N' = f$	$N = \frac{\sqrt{3}}{2}T$	
モーメントのつり合い	$mg \times \frac{L}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = N' \times \frac{1}{2}L$	$Mgx + mg \times \frac{L}{2} = \mu N \times L$	$T \times L = mg \times \frac{L}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

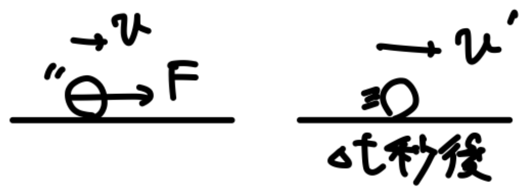
	ちょうつがいの問題２	壁からはみ出た棒１	壁からはみ出た棒２
	図７	図８	図９
鉛直方向のつり合い	$mg = \frac{1}{2}f + \frac{1}{2}T$	$N = F + mg$	F_0を求めよ。 $F_0 + mg = N$
水平方向のつり合い	$\frac{\sqrt{3}}{2}f = \frac{\sqrt{3}}{2}T$	なし	$F_0 \times L + mg \times \frac{L}{2} = N \times \frac{3}{4}L$
モーメントのつり合い	$mg \times \frac{L}{2} = \frac{T}{2} \times L$	$F \times L + mg \times \frac{L}{2} = N \times x$	$F_0 + \frac{1}{2}mg = (F_0 + mg)\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}F_0 = \frac{1}{4}mg$, $F_0 = mg$

力学③ 運動量と力積



F-tグラフの面積は力積！

運動量の変化 = 力積



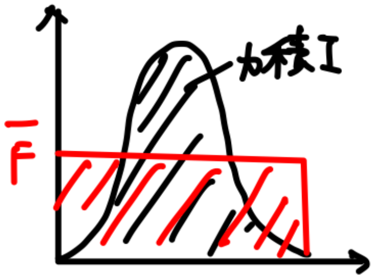
$$mv' - mv = F\cdot\Delta t$$

理由 $a = \dfrac{v'-v}{\Delta t}$

$$ma = \frac{v'-v}{\Delta t}m$$

↓

$$F\cdot\Delta t = mv' - mv$$



Iが一定でないとき、

$I = mv' - mv$で求める！

↓

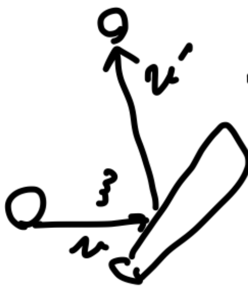
$\bar{F}\cdot\Delta t = mv' - mv$

$\bar{F} = \dfrac{mv' - mv}{\Delta t}$ 平均の力もわかる！

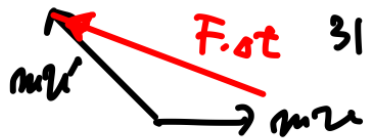
メモ

この平均 $\bar{F}$は交流の実効値と同じ考え方！

平均値 $\bar{P} = \frac{1}{2}I_0V_0$ 実効値 $V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}V_0$, $I_e = \frac{1}{\sqrt{2}}I_0$



力積の向きは？



ベクトルの引き算！

力学④　運動量保存則

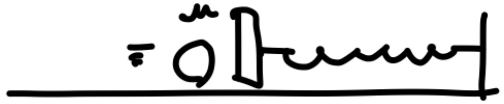
→ 内力（作用・反作用のように系で互いに及ぼし合う力）のみのとき成り立つ！

1. 衝突

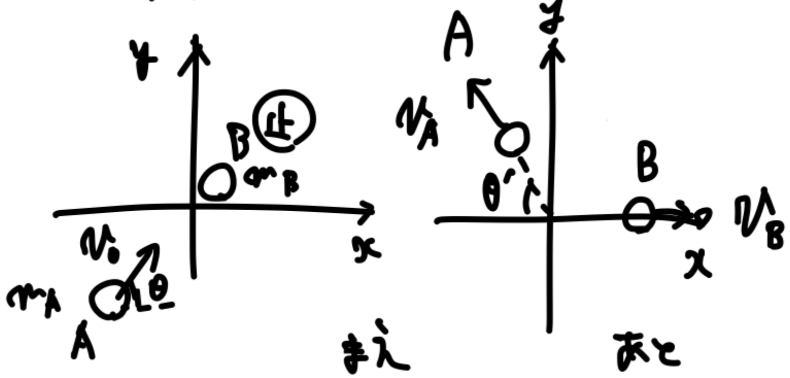
2. 分裂

3. 合体

4. ばね（衝突が瞬間的なとき）



☆ポイント1. ななめ（2次元）は軸ごとに立式！



まえ　　あと

① $m_A v_A \cos\theta + 0 = m_A v_A \cos\theta' + m_B v_B$

② $m_A v_A \sin\theta + 0 = m_A v_A \sin\theta' + 0$

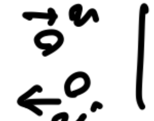
☆ポイント2. 衝突では反発係数の式と運動量保存則で連立することが多い！

$$e = \frac{v'_{物体} - v'_{物体}}{v_{物体} - v_{物体}}$$ あと／まえ

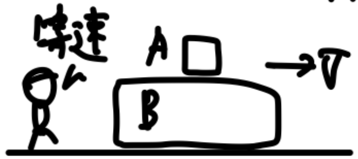
一物体では

$$e = \frac{v'-0}{v-0}$$

つまり $v' = ev$



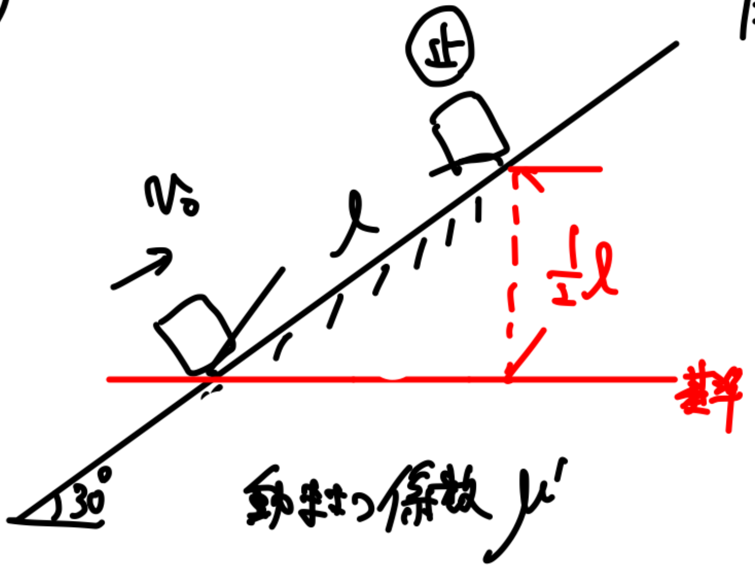
☆ポイント3. AがBに対して止まるとき、相対速度は0だが、AとBは一体となって動いている。誰から見た式かを大事に！！



力学④ エネルギー保存則

外力のした仕事 = 力学的エネルギーの変化

例



左図で、止まるまでに動いたきょり l は?

あと　　　　　　　　まえ

$$\underbrace{0}_{\text{運エネ}} + \underbrace{mg\frac{l}{2}}_{\text{位エネ}} - \left(\underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{\text{運エネ}} + \underbrace{0}_{\text{位エネ}}\right) = \underbrace{-\mu'\frac{\sqrt{3}}{2}mg}_{f} \times \underbrace{l}_{x}$$

仕事　$f \times x$

$$gl - v_0^2 = -\sqrt{3}\mu' g \cdot l$$

$$l = \frac{v_0^2 - gl}{\sqrt{3}\mu' g}$$

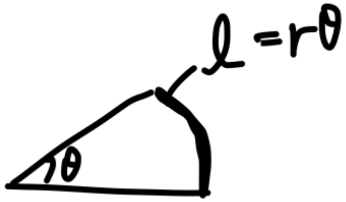
//

力学⑤ 等速円運動

- $\omega = \dfrac{\theta}{t} \quad \rightarrow \quad \theta = \omega t$

角速度 [rad/s]

$$v = \frac{l}{t} = \frac{r\theta}{t} = \frac{r\omega t}{t}$$

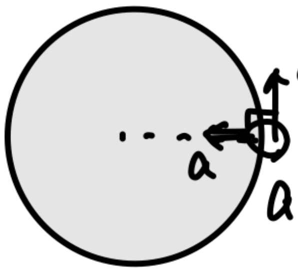


↳ • $v = r\omega$

- $a = v\omega = r\omega^2 = \dfrac{v^2}{r}$

$v = r\omega$　　$\omega = \dfrac{v}{r}$

- $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi}{\omega}$



vは接線方向!

aは中心方向!

円運動は運動方程式!

(ma=f)

例 周期Tは?

円運動はこの面で ma=f をたてる!

$$ma = S\sin\theta$$

↓ $a = r\omega^2$

$$ml\sin\theta \cdot \omega^2 = S\sin\theta$$

$$\omega^2 = \frac{S}{ml}$$

鉛直方向はつり合い!

$$mg = S\cos\theta$$

$$S = \frac{mg}{\cos\theta} \text{ より}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l\cos\theta}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}$$ //

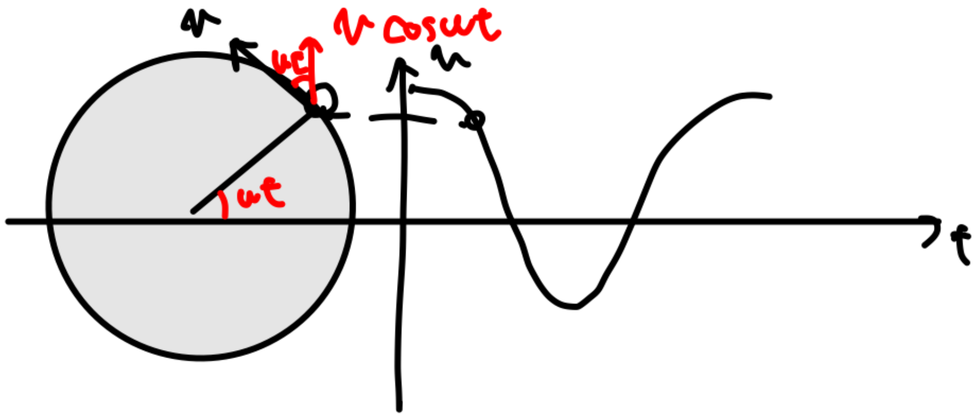
力学⑥ 単振動 − 1.

単振動は円運動の正射影！

・変位

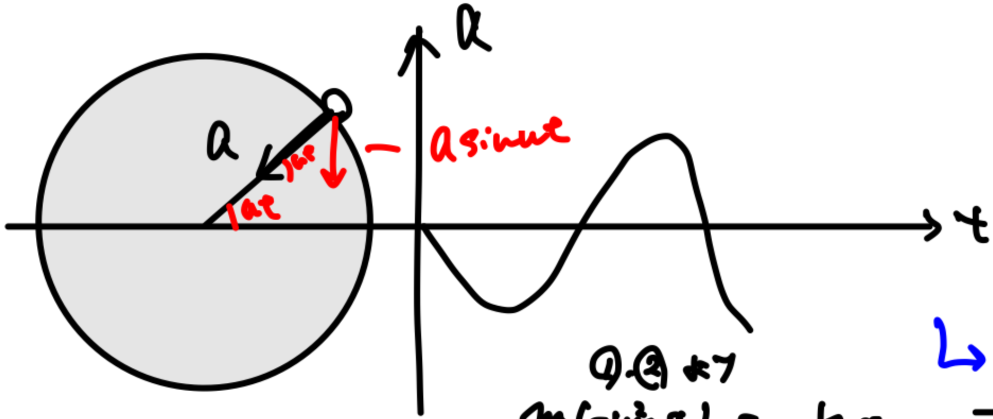
$x = A\sin\omega t$

スタート位置で決まる。
cosθのときももちろんある。



・速度

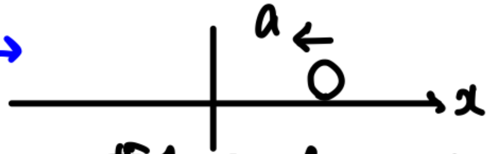
$v = \underbrace{V}_{v=r\omega}\cos\omega t = A\omega\cos\omega t$



・加速度

$a = -\underbrace{a}_{a=r\omega^2}\sin\omega t = -A\omega^2\sin\omega t$

↳



振動の中心（つり合いの位置）

・$a = -\omega^2 x$ ①

$ma = -m\cdot\omega^2 x$

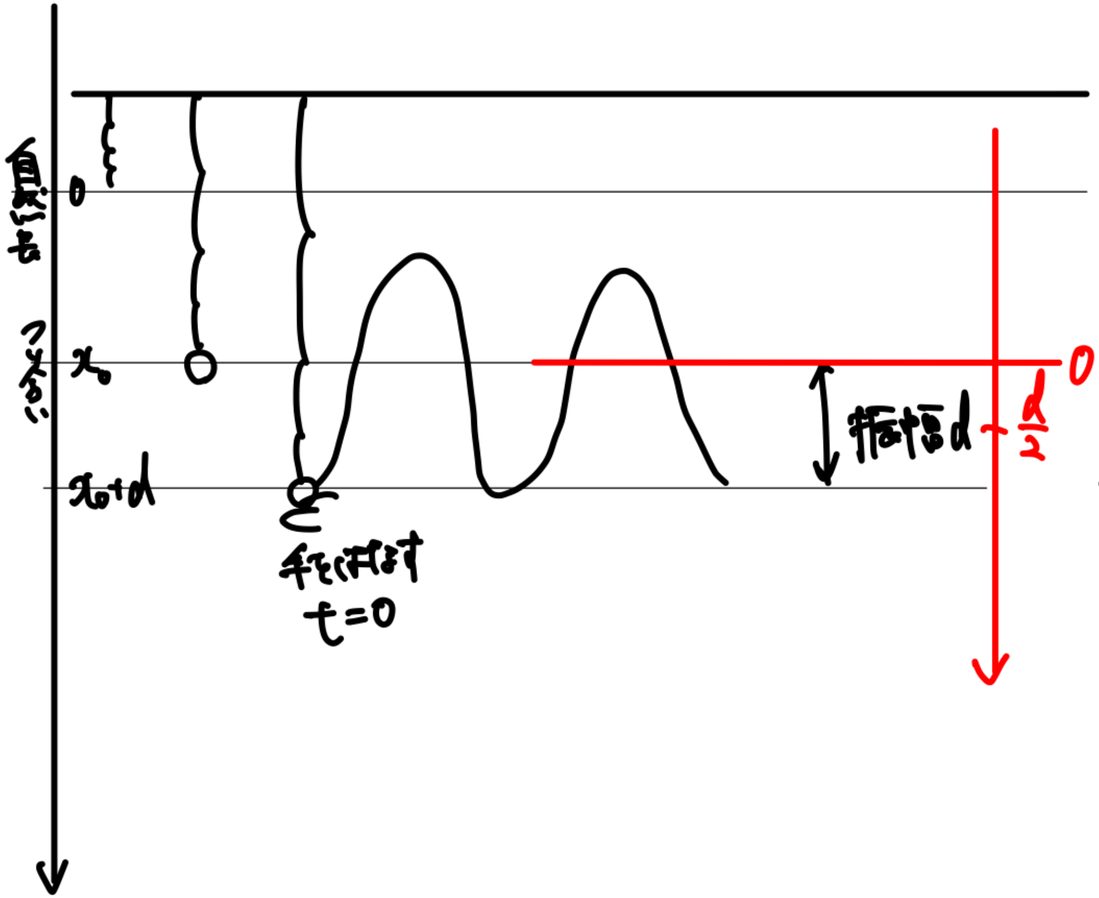
$F = -m\omega^2 x = -kx$ ②

①②より

$m(-\omega^2\cdot x) = -k\cdot x$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

力学⑥ 単振動 −2.



振幅 $\frac{d}{2}$ のときの速度は？

$$\frac{1}{2}k\boxed{}^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}k\underbrace{d}_{\text{振幅}}{}^2$$

振動の中心
(つり合いの位置)
からの変位

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kd^2$$

×8

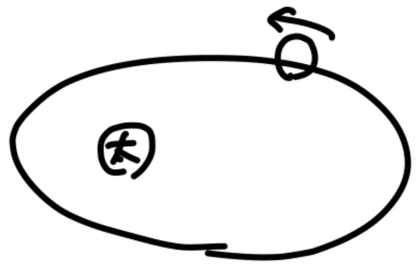
$$kd^2+4mv^2=4kd^2$$

$$4mv^2=3kd^2$$

$$v=\frac{d}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}$$

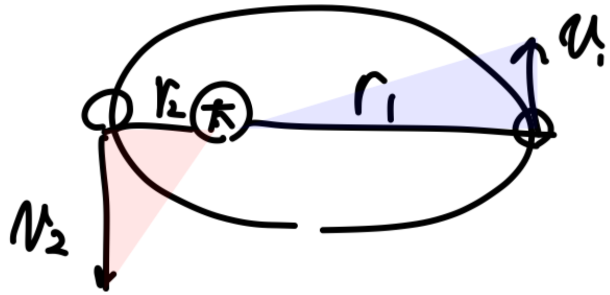
力学⑦ ケプラーの法則

第一．惑星は楕円軌道上を運動．



第二．面積速度一定

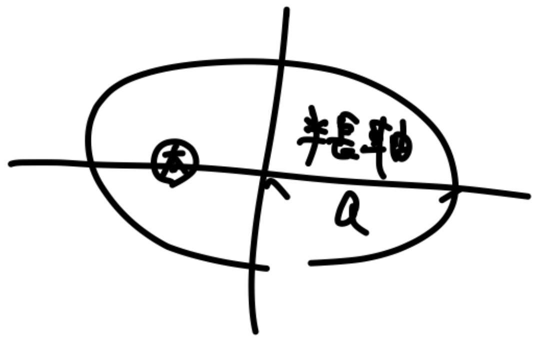
$$\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2$$



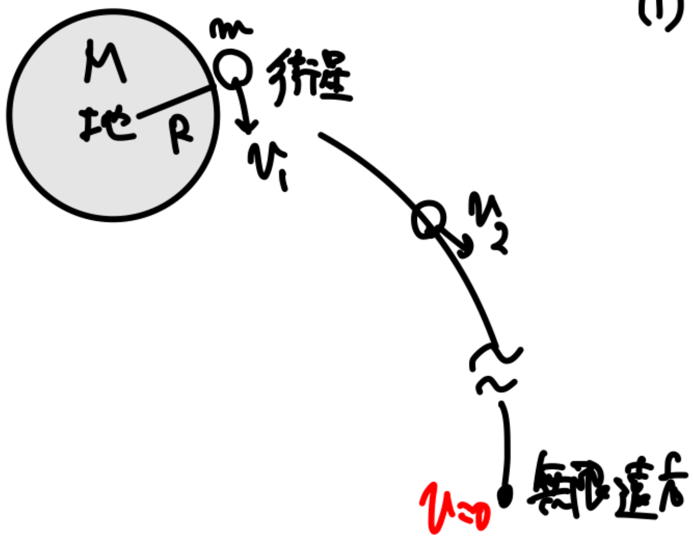
第三．調和の法則

$$T^2 = k a^3$$

↑
どの惑星でも同じ！



力学⑱ 万有引力



(1) 地表の円軌道を回るための速さ（第一宇宙速度）v_1

$ma=f$!!

$$m\frac{v_1^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$$ 万有引力

$$v_1^2 = G\frac{M}{R}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

ここで $mg = G\frac{Mm}{R^2}$ より $gR^2 = GM$ なので

$$v_1 = \sqrt{\frac{gR^2}{R}} = \sqrt{gR}$$ //

(2) 無限遠方に飛んでいくための最小の速度 v_2（第二宇宙速度）

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{Mm}{R}}_{\text{はじめ}} = 0$$

無限遠方で止まればよい！

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = G\frac{Mm}{R}$$

$$v_2^2 = \frac{2GM}{R} = \frac{2gR^2}{R} = 2gR \qquad v_2 = \sqrt{2gR}$$ //